Interrogation n°6 – Algèbre linéaire (sujet A)

NOM : .... Prénom : .... Note :

1. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Donner la définition ensembliste de $\operatorname{Ker} f$. Réécrire et compléter : f est $(\dots)$ si et seulement si $\operatorname{Ker} f = \dots$

2. Soit F et G deux s.e.v. d'un $\mathbb{K}$-e.v. E. Donner une caractérisation de $E = F \oplus G$. Si E est de dimension finie, que peut-on dire de plus ?

3. Soit $s \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ défini par $s(x, y) = (3x - 4y, 2x - 3y)$. Montrer que s est une symétrie et déterminer ses éléments caractéristiques.

Interrogation n°6 – Algèbre linéaire (sujet B)

NOM : .... Prénom : .... Note :

1. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Donner une définition ensembliste de $\operatorname{Im} f$. Réécrire et compléter : f est $(\ldots)$ si et seulement si $\operatorname{Im} f =\ldots$

2. Soit E un $\mathbb{K}$-e.v. et $u_1, \cdots, u_p \in E$. Rappeler la définition de « $(u_1, \cdots, u_p)$ est une famille libre » en termes de quantificateurs. Si E est de dimension n, et que la famille $(u_1, \cdots, u_p)$ est libre, que peut-on dire ?

3. Soit $p \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ défini par $p(x, y) = (2x - 2y, x - y)$. Montrer que p est un projecteur et déterminer ses éléments caractéristiques.